ESERCIZIO

Data la famiglia di funzioni $y=-x^3+6Kx+33$
Trovare la funzione tangente nel punto di ascissa 3 ad una retta parallela alla bisettrice del primo quadrante. Determinare l'equazione di detta tangente.

$$y'=-3x^2+6K$$

$$y'(3)=\underline{1}$$

$$-27+6K=1$$

$$K=\frac{14}{3}$$

$$y=-x^3+28x+33$$

$$y(3)=-27+84+33$$

$$y(3)=90$$

$$P(3;90)$$

$$y-90=1(x-3)$$

$$y=x+87$$

ESERCIZIO

Vengono lanciati 2 dadi. Dei due punteggi viene considerato il maggiore; se sono uguali, viene considerato il punteggio comune dei due dadi. Detto X il punteggio riportato, riportare in una tabella la distribuzione di probabilità di X e mostrare che $p(X=3)=\frac{5}{36}$. Calcolare inoltre la mediana e la varianza di X.

X è la variabile aleatoria che può assumere i valori 1, 2, 3, 4, 5, 6

Nel lancio di due dadi i casi possibili sono $6\cdot 6=36$. Se indichiamo con (a,b) la coppia di un risultato con "a" punteggio del primo dado e "b" punteggio del secondo dado si ha:

$X=1$ $(1;1)$ $p(X=1)=\frac{1}{36}$

$X=2$ $(1;2)\ (2;1)\ (2;2)$ $p(X=2)=\frac{3}{36}$

$X=3$ $(1;3)\ (3;1)\ (2;3)\ (3;2)\ (3;3)$ $p(X=3)=\frac{5}{36}$

$X=4$ $(1;4)\ (4;1)\ (2;4)\ (4;2)\ (3;4)\ (4;3)\ (4;4)$ $p(X=4)=\frac{7}{36}$

$X=5$ $(1;5)\ (5;1)\ (2;5)\ (5;2)\ (3;5)\ (5;3)\ (4;5)\ (5;4)\ (5;5)$ $p(X=5)=\frac{9}{36}$

$X=6$ $(1;6)\ (6;1)\ (2;6)\ (6;2)\ (3;6)\ (6;3)\ (4;6)\ (6;4)\ (5;6)\ (6;5)\ (6;6)$ $p(X=6)=\frac{11}{36}$

m	1	2	3	4	5	6
$p(X=m)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$

$$m(X)=1\cdot\frac{1}{36}+2\cdot\frac{3}{36}+3\cdot\frac{5}{36}+4\cdot\frac{7}{36}+5\cdot\frac{9}{36}+6\cdot\frac{11}{36}$$

$$=4{,}472$$

$$Var(X)\ \sum_{i=1}^{6}(m_i-m)^2 p_i=1{,}971$$

ESERCIZIO

In un sistema di riferimento cartesiano nello spazio $Oxyz$ sono dati i punti $A(-3;4;0)$ e $C(-2;1;2)$. I tre punti OAC giacciono su un piano. Determinare l'equazione che descrive il piano $\mathcal{E}$.

$$ax+by+cz+e=0$$

$$\begin{array}{l} O \\ A \\ C \end{array} \quad \begin{cases} e=0 \\ -3a+4b=0 \\ -2a+b+2c=0 \end{cases} \quad \begin{cases} e=0 \\ b=\frac{3}{4}a \\ 2c=-\frac{3}{4}a+2a \end{cases}$$

$$\begin{cases} e=0 \\ b=\frac{3}{4}a \\ c=\frac{1}{2}\left(\frac{5}{4}a\right) \end{cases} \rightarrow \quad c=\frac{5}{8}a$$

$$ax+\frac{3}{4}ay+\frac{5}{8}az=0$$

$$\cancel{a}\left(x+\frac{3}{4}y+\frac{5}{8}z\right)=0 \qquad a\neq 0$$

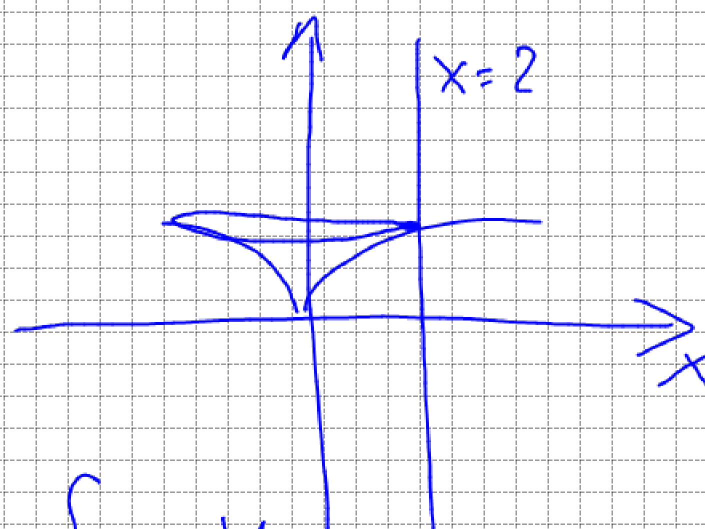
ESERCIZIO

Determina il volume del solido di rotazione attorno alla retta di equazione $x=2$ della parte di piano delimitata dalla parabola di equazione $y^2=8x$ e dalla retta stessa.

$y^2=8x$

$$\begin{cases} X = x-2 \\ y = Y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = X+2 \\ y = Y \end{cases}$$



$$\begin{cases} y = Y \\ X = x-2 \end{cases}$$

$Y^2 = 8(X+2)$

$Y^2 = 8X+16$

$8x = y^2-16$

$x = \dfrac{y^2-16}{8}$

$$V = \pi \int_{-4}^{4} \left(\frac{y^2-16}{8}\right)^2 dy = \pi \int_{-4}^{4} \frac{y^4+256-32y}{64}\, dy$$

$$= \pi \cdot \frac{1}{64} \int_{-4}^{4} (y^4+256-32y)\, dy = \pi \cdot \frac{1}{64} \left[\frac{y^5}{5} + 256y - 16y^2\right]_{-4}^{4}$$

$$= \frac{256}{15}\pi$$

ESERCIZIO

Preso un punto C su una semicirconferenza di diametro $AB = 2r$, sia M il punto medio dell'arco BC. Determinare il valore massimo che può assumere l'area del quadrilatero $ABMC$

ESERCIZIO

Una fabbrica produce mediamente il 3% di prodotti difettosi. Determina la probabilità che in un campione di 100 prodotti ve ne siano 2 difettosi usando:

- la distribuzione binomiale $\rightarrow p(\underset{100}{\underset{\downarrow}{n}};\underset{2}{\underset{\downarrow}{x}})=\binom{n}{x}p^{x}q^{n-x}$
- la distribuzione di Poisson