

PROBLEMA 2 Un mappamondo prezioso

Lavori in un laboratorio d'arte vetraria e il responsabile del museo civico della tua città ti chiede di progettare un espositore avente forma conica che possa contenere un prezioso e antico mappamondo. Il mappamondo ha raggio R e l'espositore deve essere ermeticamente chiuso, per impedire che il mappamondo prenda polvere.

Il tuo collega Mario dice che, per costruire l'espositore, si potrebbe utilizzare il quarzo ialino ma, data la preziosità del materiale, per risparmiare è necessario determinarne le dimensioni ottimali. Inoltre per proteggere l'espositore dalla polvere decidete di ricoprirlo con una sottile pellicola trasparente di nuova generazione e piuttosto costosa.

1 Trascurando lo spessore dell'espositore e attraverso un'opportuna modellizzazione geometrica, determina l'altezza h e il raggio di base r dell'espositore affinché sia minima la sua superficie totale, allo scopo di utilizzare una quantità minima di pellicola⁽¹⁾.

2 Fornisci una spiegazione adeguata e convincente del procedimento seguito, eventualmente anche con rappresentazioni grafiche.

Ora tu e Mario dovete scegliere la pellicola da sistemare sulla superficie esterna dell'espositore. La scelta va fatta tra due pellicole che hanno lo stesso costo unitario ma diverse proprietà: la prima ogni anno perde il 3% della resistenza all'usura che ha a inizio anno, mentre la seconda ogni anno perde il 2% della resistenza all'usura iniziale.

3 Aiuta Mario nel capire quale pellicola convenga scegliere in funzione della durata, tenendo conto del fatto che entrambe hanno la stessa resistenza di partenza e che una pellicola va cambiata quando la sua resistenza all'usura risulta inferiore al 30% della sua resistenza di partenza. *(simulazione MIUR 25 febbraio 2015)*

⁽¹⁾ Ricorda che la superficie totale S di un cono è data dall'espressione: $S = \pi r^2 + \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$.