

Unità 12

1/18

La gravitazione

1. Le leggi di Keplero

2/18

Fino al 1600 si credeva che:

- . la Terra fosse al centro dell'Universo, con il Sole e i pianeti orbitanti attorno (**modello geocentrico**);
- . i corpi celesti, sferici e perfetti, orbitassero su traiettorie circolari.

Copernico introdusse il **modello eliocentrico** (Sole al centro e pianeti su orbite circolari), che fu poi appoggiato da Galileo.

Questo modello però non concordava con le osservazioni astronomiche.

Le leggi di Keplero

Giovanni Keplero (1571-1630) perfezionò il modello eliocentrico con tre leggi:

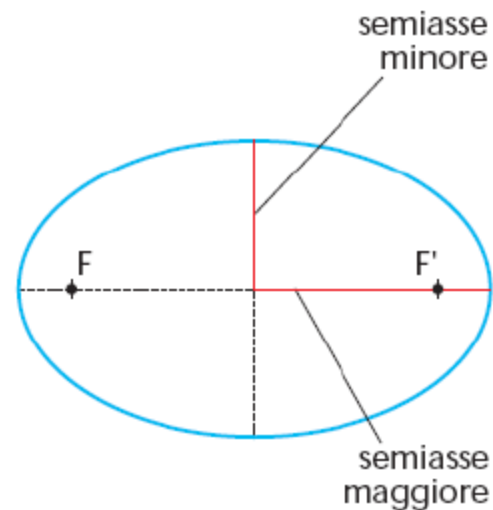


Prima legge di Keplero

Le **orbite** dei pianeti sono **ellissi** di cui il Sole occupa uno dei due fuochi.

Si definiscono:

- **perielio**: il punto dell'orbita più vicino al Sole.
- **afelio**: il punto dell'orbita più lontano dal Sole.



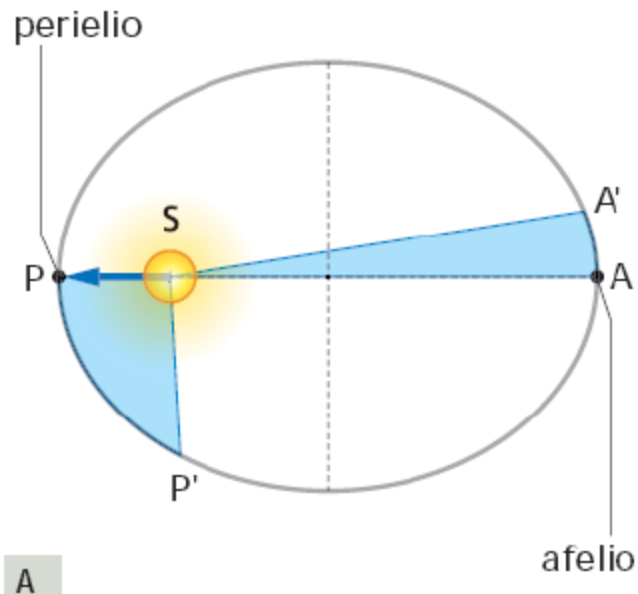
Le leggi di Keplero

Seconda legge di Keplero

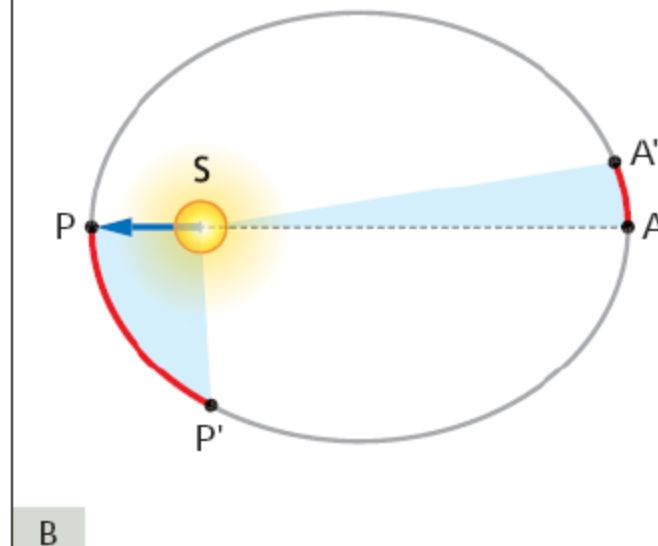
4/18

Il raggio vettore che va dal Sole a un pianeta spazza **aree uguali in tempi uguali**.

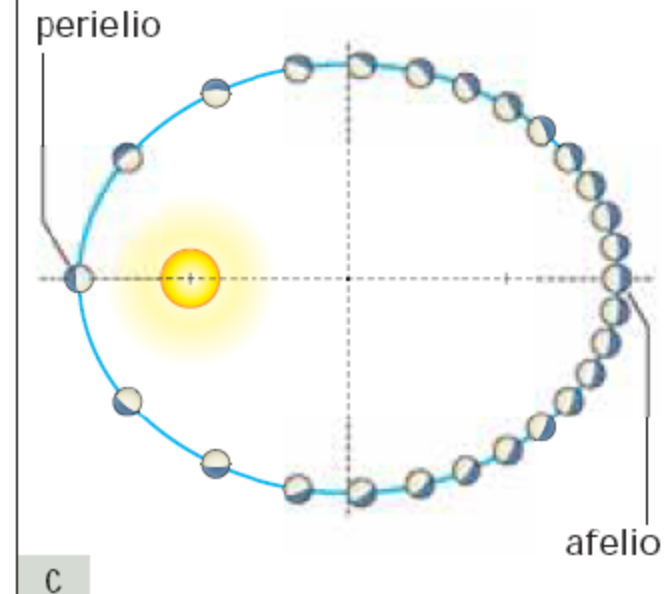
► Nella figura sotto (dove l'elisse è deformata per chiarezza) i due triangoli SPP' e SAA' hanno la stessa area a , quindi, sono spazzati nello stesso tempo.



► Ciò significa che gli archi PP' e AA' sono percorsi nello stesso tempo. Quindi il pianeta è più veloce nel tratto PP' e più lento in AA' .



► Così, il pianeta è più veloce al perielio e più lento all'afelio. La figura mostra la variazione di velocità indicando le distanze percorse in tempi uguali.



Le leggi di Keplero

Terza legge di Keplero

Il rapporto tra il **cubo del semiasse maggiore** dell'orbita a ed il **quadrato del periodo di rivoluzione** T è lo stesso per tutti i pianeti.

The diagram shows the equation $\frac{a^3}{T^2} = K$ centered in a yellow box. Three curved lines point from labels to parts of the equation: 'semiasse maggiore (m)' points to a^3 , 'costante (m³/s²)' points to K , and 'periodo (s)' points to T^2 .

$$T^2 = \frac{a^3}{K}$$

T aumenta al crescere di a : i pianeti lontani impiegano più tempo a compiere un giro attorno al Sole.

2. La gravitazione universale

Le leggi di Keplero **descrivono** il moto dei pianeti ma non ne spiegano le **cause**.

Isaac Newton intuì che la forza che fa orbitare i pianeti attorno al Sole è la stessa che fa cadere i corpi verso la Terra.

Questa forza è universale e vale per qualsiasi coppia di oggetti.



La gravitazione universale

La **legge di gravitazione universale** afferma che la forza che si esercita tra due corpi puntiformi di masse m_1 e m_2 è:

- direttamente proporzionale alle masse dei corpi;
- inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza r .

La gravitazione universale

L'espressione matematica della **legge di gravitazione universale** è:

The diagram shows the equation $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ with a yellow background. Labels with arrows point to each part of the equation: 'forza di attrazione gravitazionale (N)' points to 'F'; 'costante G(N · m²/kg²)' points to 'G'; 'massa del primo corpo (kg)' points to 'm₁'; 'massa del secondo corpo (kg)' points to 'm₂'; and 'distanza (m)' points to 'r²'.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

G è la costante di gravitazione universale:

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

La gravitazione universale

Vediamo le dipendenze di F da r e da m .

1) Tenendo **fissa la distanza** r tra i due corpi:

► se una delle due masse raddoppia, la forza di gravitazione raddoppia;



A

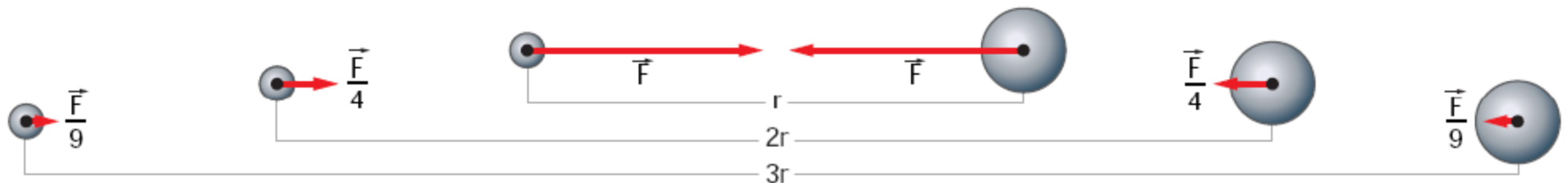
► se anche l'altra massa raddoppia, la forza diventa quattro volte più grande.



B

La gravitazione universale

- 2) Tenendo **fisse le masse** dei due corpi m_1 e m_2 :
- se r **raddoppia**, la forza diventa **1/4**;
 - se r **triplica**, la forza diventa **1/9**;
 - se r si **dimezza**, la forza **quadruplica**.

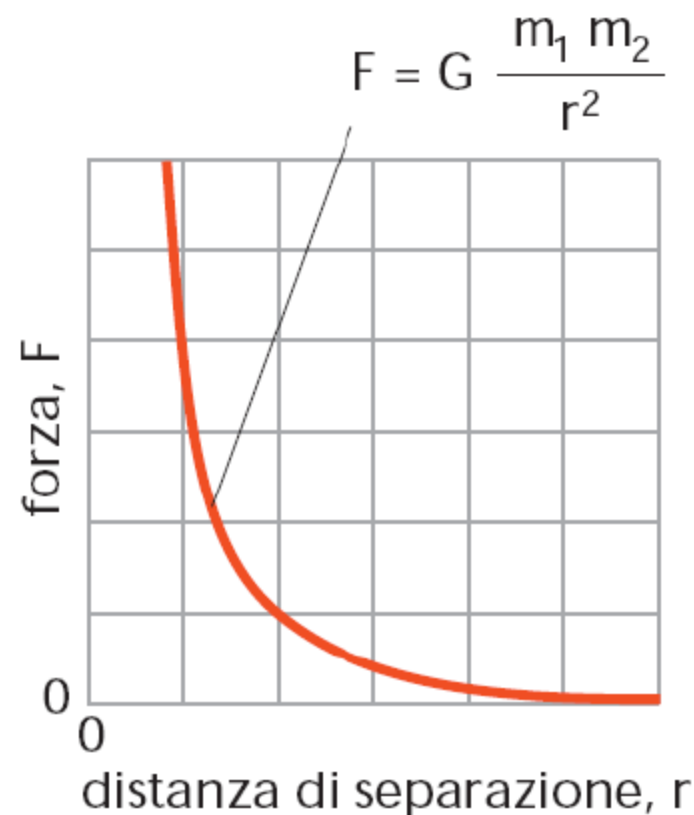


La gravitazione universale

Il valore della forza F è **inversamente proporzionale a r^2** .

Questo significa che:

- F diminuisce molto rapidamente al crescere di r ;
- F aumenta molto velocemente al tendere di r a zero.



3. Il valore della costante G

La **forza-peso** F_P di un corpo di massa m è la forza di gravità con cui la Terra attrae m quando è posta vicino alla superficie terrestre.

$$F_P = G \frac{mM_T}{R_T^2}, \quad M_T, R_T: \text{ massa e raggio della Terra.}$$

$$P = mg$$

Ricaviamo G:

$$G = \frac{F_P R_T^2}{m M_T} \Rightarrow G = \frac{g \cdot d^2}{M_T}$$

Con i valori di M_T , R_T noti a Newton si ottiene

$$G \cong 7,8 \div 6,5 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

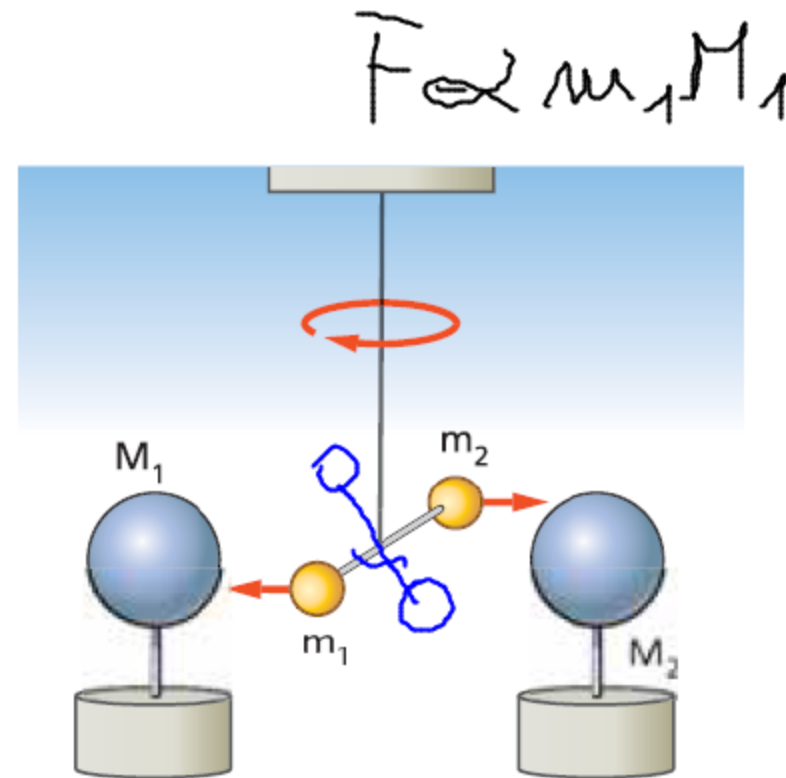
L'esperimento di Cavendish

Henry Cavendish nel 1798 misurò per primo in laboratorio il valore di G con la **bilancia a torsione**.

Le masse m_1 e m_2 del manubrio sono attratte dalle masse più grandi M_1 e M_2 .
Dall'angolo di torsione del filo si misura il valore di F .

Si ottiene

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}.$$



L'accelerazione di gravità sulla superficie della Terra

Dalla legge di gravitazione universale, noti M_T e R_T , si può ricavare il valore di g che abbiamo già incontrato.

$$F_P = m \left(\frac{GM_T}{R_T^2} \right).$$

La quantità in parentesi è una costante e vale:

$$\begin{aligned} \frac{GM_T}{R_T^2} &= \frac{6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,976 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6,378 \times 10^6 \text{ m})^2} = \\ &= 9,80 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 9,80 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 9,80 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \end{aligned}$$

Il valore dell'espressione $\frac{GM_T}{R_T^2} = 9,80 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ corrisponde proprio al valore sperimentale di g .

Questo permette di ottenere la formula

$$F_p = mg$$

come caso particolare della legge di gravitazione, in prossimità della superficie terrestre.

$$g = \frac{GM_T}{R_T^2}$$

4. Massa inerziale e massa gravitazionale

Abbiamo incontrato la grandezza fisica **massa** di un corpo in due casi distinti:

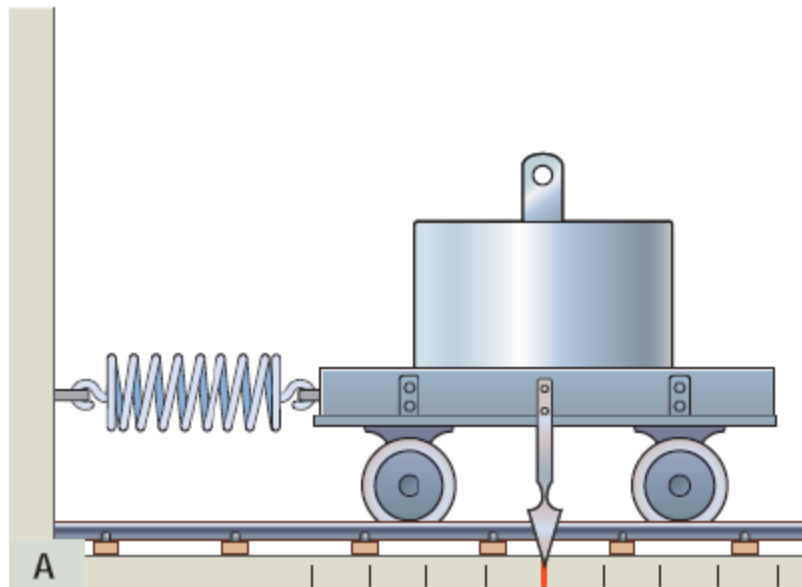
- **massa inerziale**, m_i : indica la resistenza del corpo ad essere accelerato;
- **massa gravitazionale**, m_g : indica la capacità di attrarre oggetti ed essere attratto da essi.

I dati sperimentali mostrano che le due masse sono *direttamente proporzionali*.

Massa inerziale e massa gravitazionale

Se scegliamo il **kg** come unità di misura per entrambe possiamo considerare: $m_i = m_g$, anche se concettualmente sono diverse.

► la massa inerziale di un oggetto è definita dal carrello delle masse, che misura la difficoltà che si ha ad accelerarlo.



► La sua massa gravitazionale può essere misurata con un dinamometro, che determina l'intensità della forza con cui la Terra lo attira.

