# MASSIMI E MINIMI ASSOLUTI

Determinare max M e min m assoluti di: $f(x)=x^3-x^2$ in $I=[-1;\frac{1}{2}]$

Per prima cosa $f(x)$ è definita su tutto $\mathbb{R}$, quindi è continua in $I$ ed è derivabile.

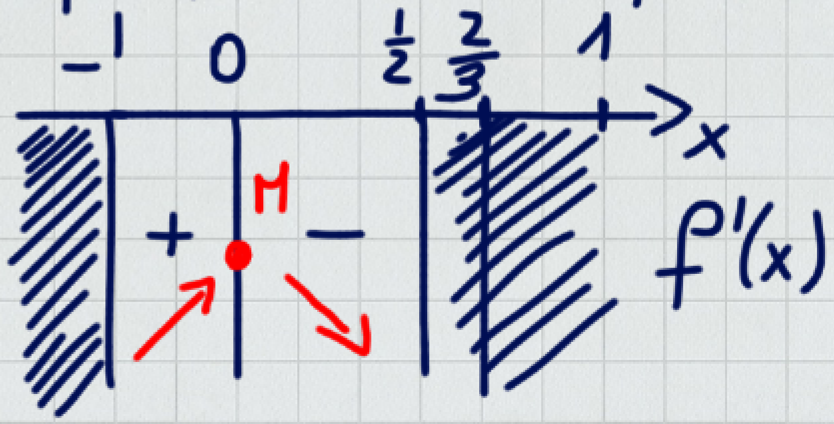
$f'(x)=3x^2-2x$ $\quad f'(x)=0 \iff 3x^2-2x=0 \quad x(3x-2)=0$

$x=0 \quad f(0)=0$

$x=\frac{2}{3} \quad f\left(\frac{2}{3}\right)=-\frac{4}{27}$

$\frac{8}{27}-\frac{4}{9}=-\frac{4}{27}$

$f'(x)\geq 0 \quad x(3x-2)\geq 0$




$M(0;0)$ massimo assoluto

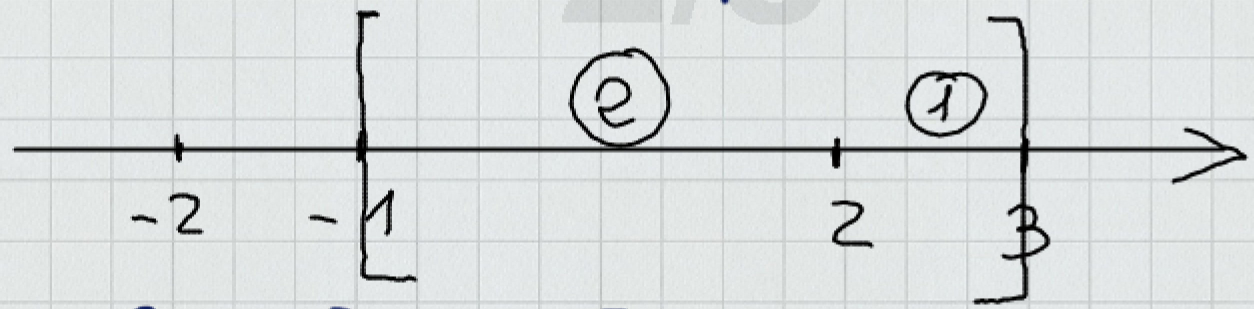
$\boxed{f(-1)=-1-1=-2}$ $\quad f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}-\frac{1}{4}=\frac{1-2}{8}=-\frac{1}{8}$

$m(-1;-2)$ minimo $\quad M(0;0)$ massimo

# PROBLEMA

Trovare massimo assoluto M e minimo assoluto m di $f(x)=|x^2-4|$ in $[-1;3]$

$$f(x)=\begin{cases} (1)\ \ x^2-4 & \text{se } x<-2 \cup x\geq 2 \\ (2)\ \ -x^2+4 & \text{se } -2\leq x<2 \end{cases}$$




Controllo se $f(x)$ è continua per $x=-2$ e $x=2$

$f_-(-2)=\lim\limits_{x\to -2^-}(x^2-4)=0$ $\quad f_+(-2)=-4+4=0$ $\quad f(x)$ è continua in $x=-2$

$f_+(2)=4-4=0$ $\quad f_-(2)=\lim\limits_{x\to 2^-}(-x^2+4)=-4+4=0$ $\quad f(x)$ è continua in $x=2$

Controllo, ora se la funzione è derivabile:

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & x<-2 \cup x\geq 2 \\ -2x & -2\leq x<2 \end{cases}$$

$f'_-(-2)=\lim\limits_{x\to -2^-}(2x)=-4$ $\quad f'_+(-2)=-2(-2)=4$ $\quad$ in $x=-2$ la funzione non è derivabile

$f'_-(2)=\lim\limits_{x\to 2^-}(-2x)=-2(2)=-4$ $\quad f'_+(2)=2(2)=4$ $\quad$ in $x=2$ la funzione non è derivabile.

Nell'intervallo $[-1;3]$ la funzione è derivabile tranne che in $x=2$ dove c'è un punto angoloso

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0$

Vediamo quanto valgono $f(-1)$; $f(3)$; $f(0)$; $f(2)$

$$\left.\begin{array}{l} f(-1)=4-(-1)^2=4-1=3 \\ f(3)=(3)^2-4=9-4=5 \\ f(0)=4-(0)^2=4 \\ f(2)=(2)^2-4=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Il minimo assoluto è } m(2;0) \\ \text{Il massimo assoluto è } M(3;5) \end{array}$$

## PROBLEMA

Determina massimo assoluto e minimo assoluto di $f(x)=\sqrt[3]{x^2-1}$

Studio $f(x)$:

- DOMINIO: $D_f=\mathbb{R}$
- SEGNO E ZERI: $f(x)\geq 0 \Rightarrow \sqrt[3]{x^2-1}\geq 0 \quad x^2-1\geq 0 \Rightarrow x\leq -1 \cup x\geq 1$
- LIMITI E ASINTOTI:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \sqrt[3]{x^2-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \sqrt[3]{x^2-1} = +\infty$$

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2-1}}{x} = 0$$

non esistono asintoti!

## - MASSIMI E MINIMI:

$$f'(x) = \frac{2x-1}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}}$$

$$D_{f'} = \{x \in \mathbb{R} / x \neq \pm 1\} = (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$$

$$f'(x) \geq 0 \Rightarrow \frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}} \geq 0$$

N) $2x \geq 0 \quad x \geq 0$

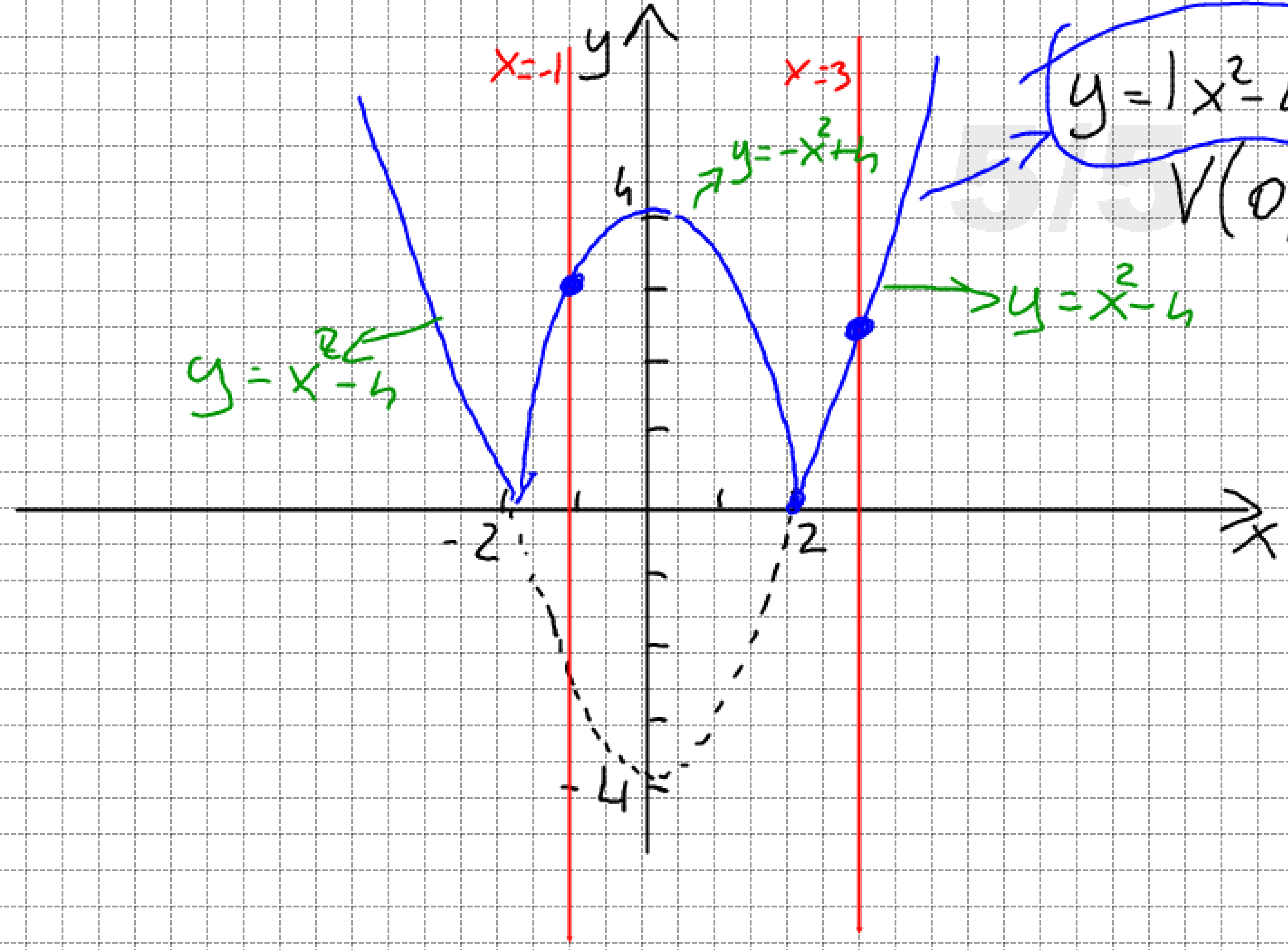
D) $x \neq \pm 1$

| $x$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| N | $-$ | | $-$ | $\bullet$ | $+$ | | $+$ |
| D | $+$ | $\emptyset$ | $+$ | | $+$ | $\emptyset$ | $+$ |
| $f'(x)$ | $-$ | $\emptyset$ | $-$ | $\bullet$ | $+$ | $\emptyset$ | $+$ |
| | | | | m | | | |

$$f(0) = \sqrt[3]{0-1} = \sqrt[3]{-1} = -1$$

$$f(-1) = 0 \qquad f(1) = 0$$

pertanto la funzione ha un minimo assoluto in $m(0; -1)$ e non ha massimi assoluti.




$y=|x^2-4|$

$V(0;-4)$