

ESERCIZIO

Scrivere l'equazione della circonferenza passante per
 $A(1,2)$, $O(0,0)$, $B(-2,3)$

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$A \begin{cases} 1^2 + 2^2 + 1a + 2b + c = 0 \\ 0^2 + 0^2 + 0a + 0b + c = 0 \\ (-2)^2 + 3^2 - 2a + 3b + c = 0 \end{cases}$$

$$2 \begin{cases} 5 + a + 2b = 0 \\ c = 0 \\ 13 - 2a + 3b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 23 + 7b = 0 \\ c = 0 \\ a + 2b + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -\frac{23}{7} \\ c = 0 \\ a - \frac{46}{7} + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{11}{7} \\ b = -\frac{23}{7} \\ c = 0 \end{cases}$$

L'equazione della circonferenza passante per A, O, B è:

$$x^2 + y^2 + \frac{11}{7}x - \frac{23}{7}y = 0$$

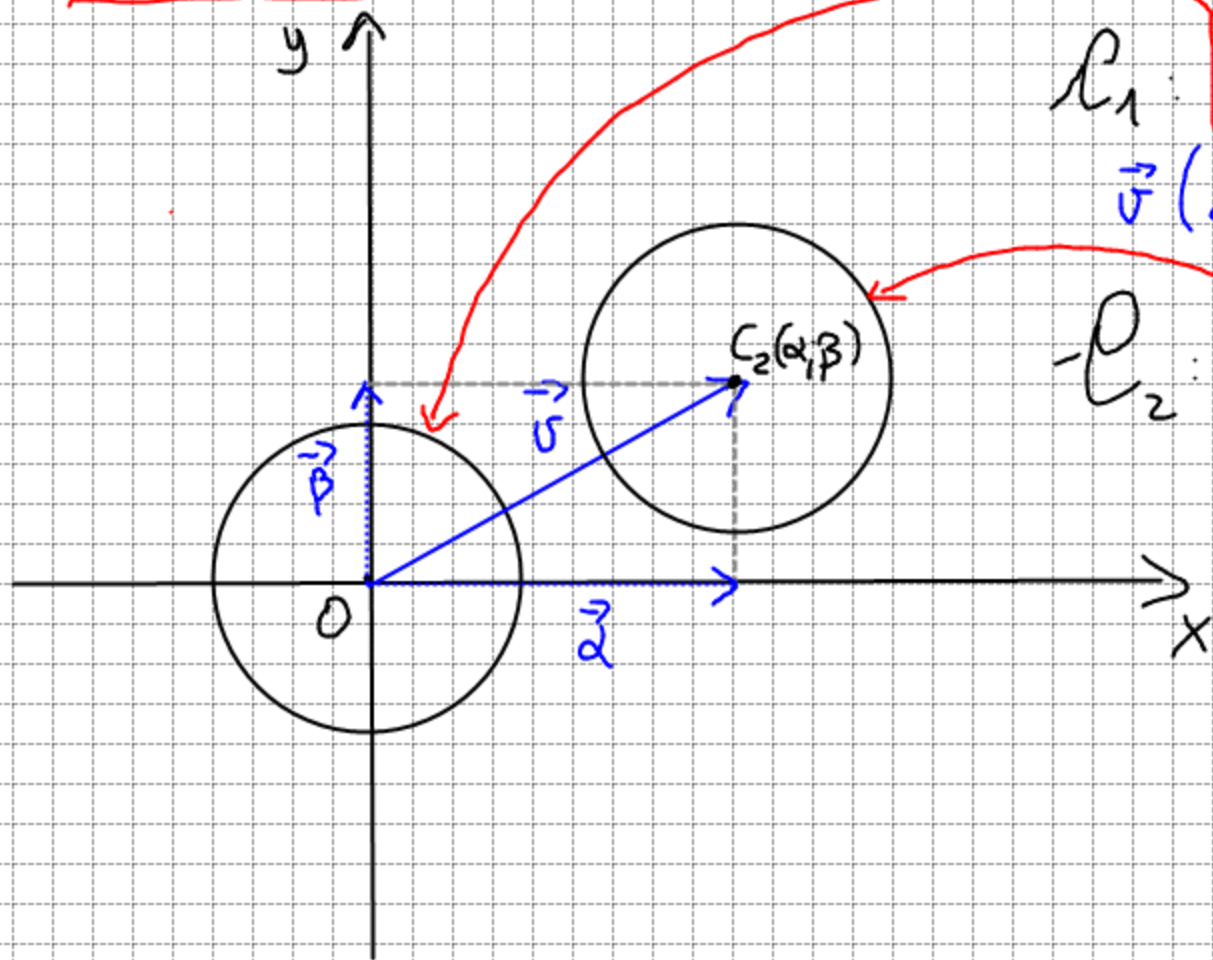
Il centro è $C\left(-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}\right) \Rightarrow C\left(-\frac{11}{14}; +\frac{23}{14}\right)$

il raggio è: $r = \sqrt{\left(-\frac{a}{2}\right)^2 + \left(-\frac{b}{2}\right)^2 - c}$

$$r = \sqrt{\frac{121}{196} + \frac{529}{196}} = \sqrt{\frac{650}{196}}$$

$$r = \frac{\sqrt{650}}{14}$$

ESERCIZIO

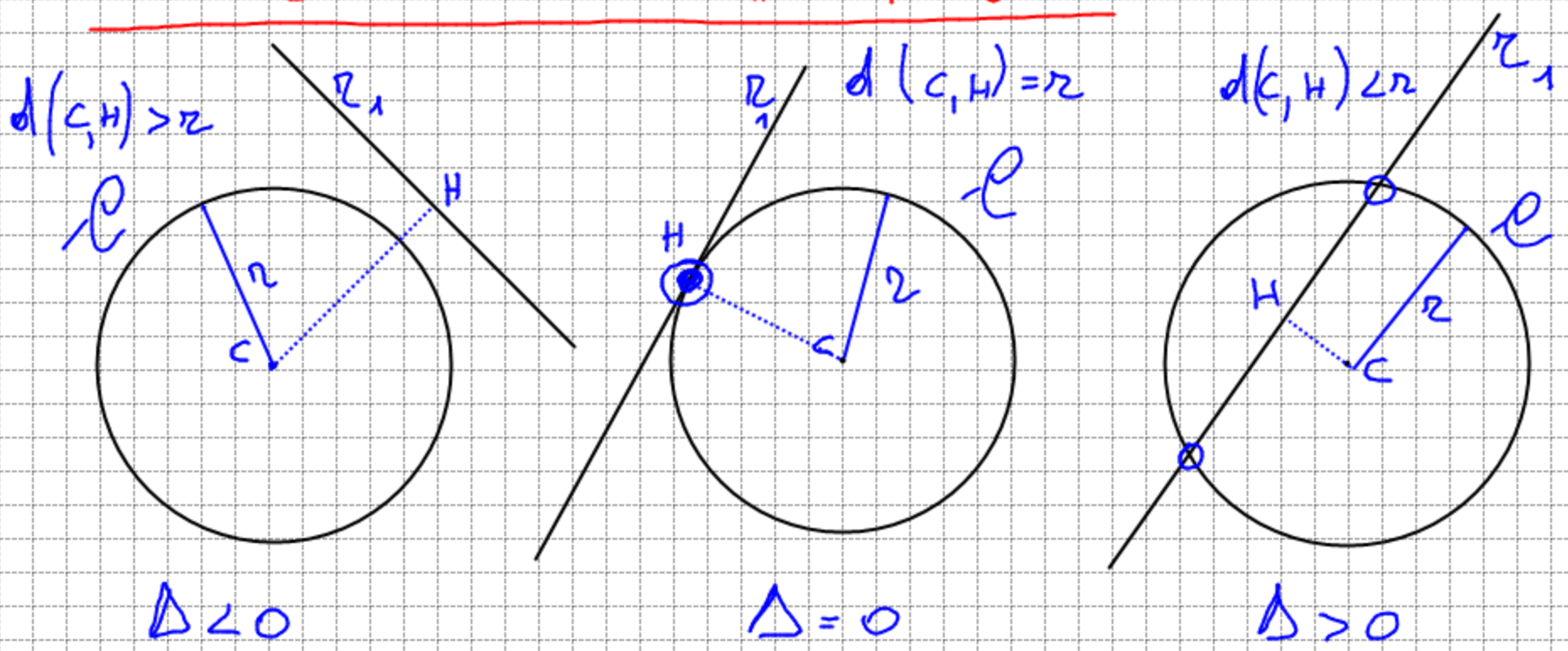


$$C_1: x^2 + y^2 = r^2$$

$$\vec{v}(\vec{\alpha}; \vec{\beta})$$

$$C_2: (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$$

INTERSEZIONE RETTA CIRCONFERENZA



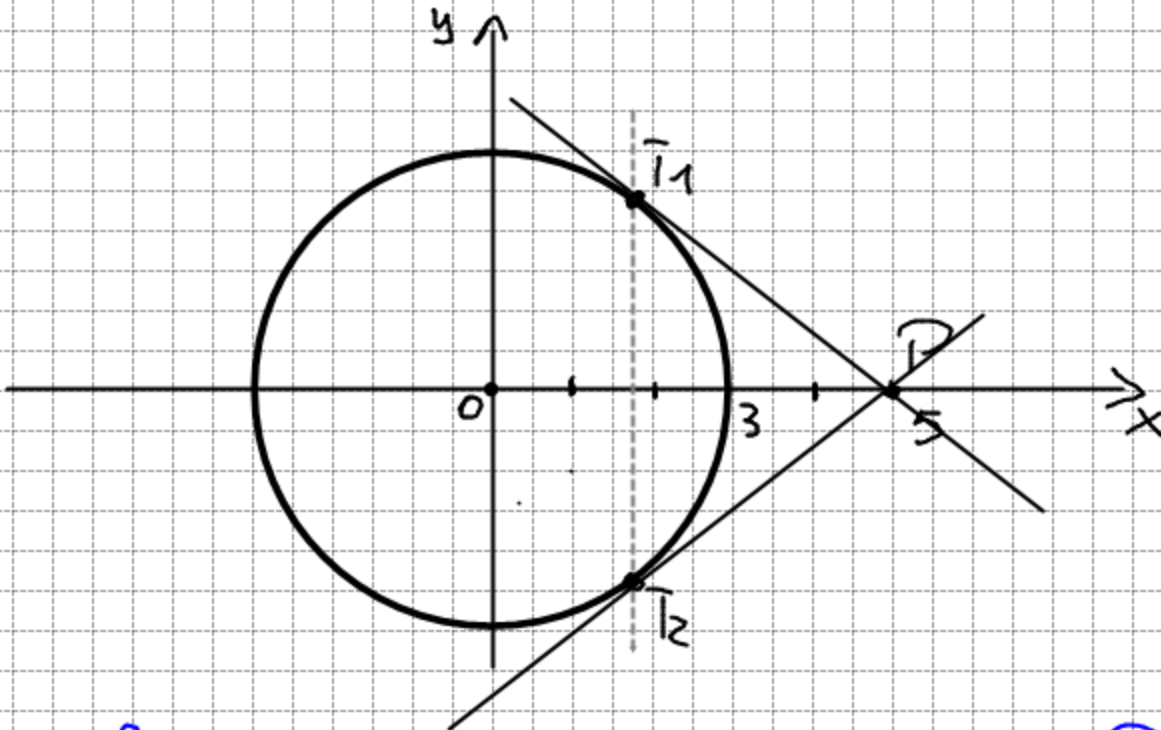
$$\begin{cases} C: x^2 + y^2 + a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ r_1: a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \text{ eq. risolvente (di secondo grado)}$$

Studiamo il Δ dell'equazione risolvente.

ESEMPIO

Dato $P_0(5;0)$ e la circonferenza $\gamma: x^2 + y^2 - 9 = 0$. Determinare le equazioni delle due rette passanti per P e Tangenti alla γ .

$\gamma: x^2 + y^2 = 9$ $C(0;0)$ $r=3$



scrivo fascio di rette proprio di centro P :

$$y - y_P = m(x - x_P) \Rightarrow y - 0 = m(x - 5) \quad y = m(x - 5) \quad \gamma_P$$

$$\begin{cases} \gamma \\ \gamma_P \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = m(x - 5) \end{cases} \quad \boxed{x^2 + m^2(x - 5)^2 - 9 = 0} \text{ equazione risolvente}$$

$$x^2 + m^2x^2 + 25m^2 - 10m^2x - 9 = 0$$

$$(1+m^2)x^2 - 10m^2x + 25m^2 - 9 = 0$$

pongo la condizione di Tangenza: $\Delta = 0$

$$(-10m^2)^2 - 4(1+m^2)(25m^2 - 9) = 0$$

$$100m^4 - 100m^2 + 36 - 100m^2 + 36m^2 = 0$$

$$-64m^2 = -36 \quad m^2 = \frac{36}{64} \quad m = \pm \frac{6}{8}$$

$$m = \pm \frac{3}{4}$$

le eq. delle due rette Tangenti a γ e passanti per P sono:

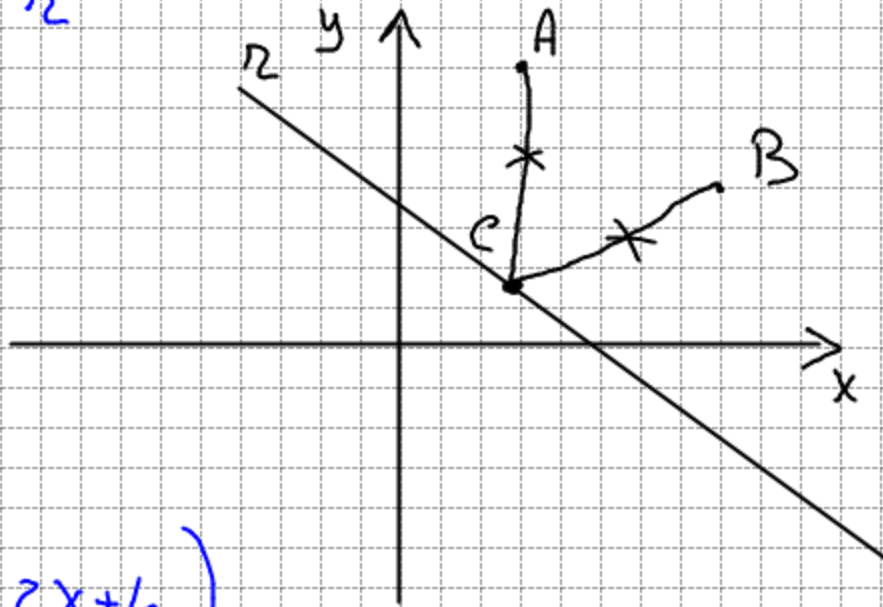
$$y = \pm \frac{3}{4}(x - 5)$$

CONDIZIONI PER DETERMINARE L'EQ. DI UNA CIRCONFERENZA.

- 1) Equazione circolare dato centro e raggio: $(x-d)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$
- 2) Equazione circolare passante per tre punti: $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$
- 3) Equazione circolare di centro C e passante per A : \overline{CA} -raggio quindi la risolvo con 1)
- 4) Equazione circolare passante per A, B e avente il centro che sta sulla retta r

$$A(3; 5)$$

$$B(6; 2)$$



$$r: y = -2x + 4$$

$$C \in r \Rightarrow C(x; 2x+4)$$

$$\overline{CA} = \overline{CB} \Rightarrow \sqrt{(x-3)^2 + (2x+4-5)^2} = \sqrt{(x-6)^2 + (2x+4-2)^2}$$

$$(x-3)^2 + (2x-1)^2 = (x-6)^2 + (2x-2)^2$$

$$\cancel{x^2} + 9 - 6x + \cancel{4x} + 1 - 4x = \cancel{x^2} + 36 - 12x + \cancel{4x} + 4 - 8x$$

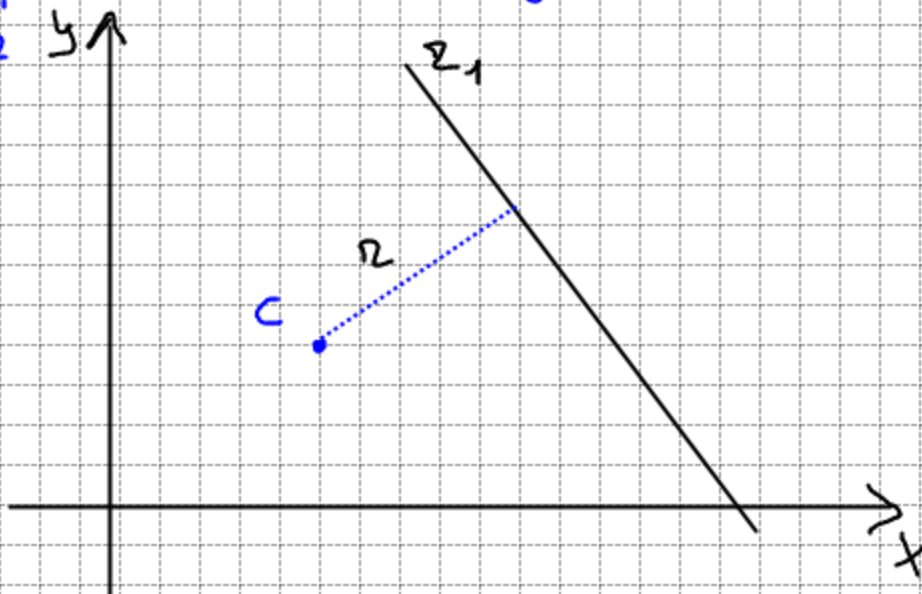
$$10x = 30 \quad x = 3$$

$$C(3; 10)$$

$$r = \overline{CA} \quad r = \sqrt{0^2 + (19)^2} = 19$$

Scrivo eq. circonferenza di centro $C(3; 10)$ e raggio 19.

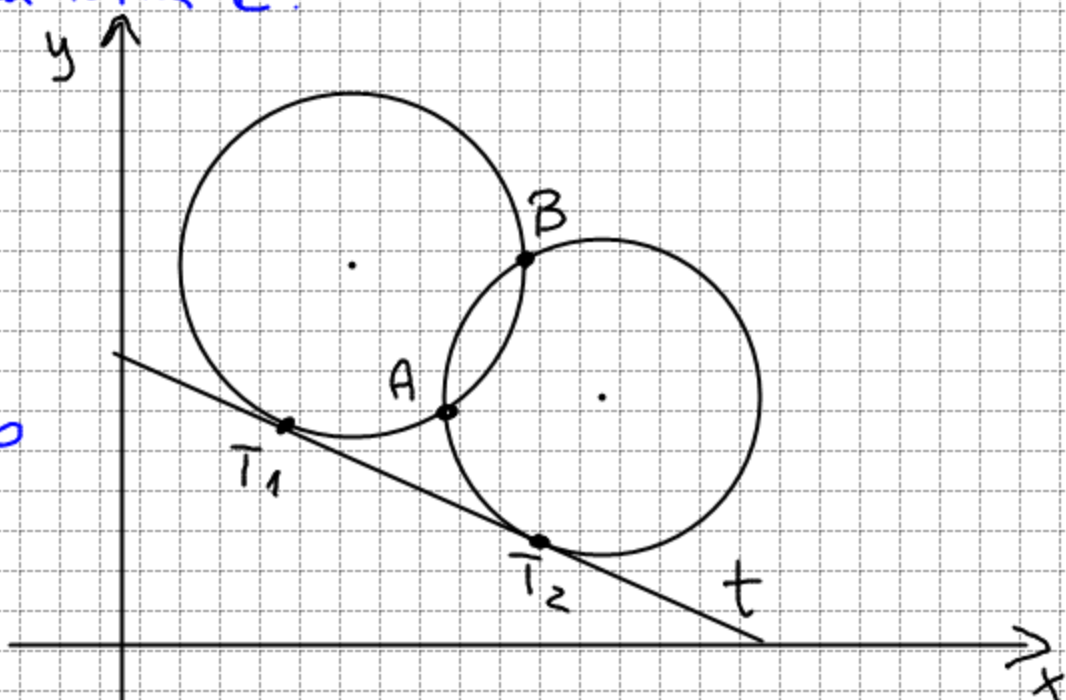
- 3) Scrivere l'equazione della circonferenza di centro C e tangente alla retta r



$$r = d(C; r_1)$$

Lo centro C e raggio r , scrivo eq. circonferenza con 1).

- 6) Scrivere le equazioni delle circonferenze passanti per A, B e tangenti alla retta t .



$$t: a_1x + b_1y + c = 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \\ a_1x + b_1y + c = 0 \end{cases}$$

eq. risolvente $\Rightarrow \Delta = 0$.

ES

Scrivere eq. circonfer. passante per $A(5;1)$ $B(2;5)$ e
Tangente a $t: y = -2x + 1$.

$$\begin{cases} X^2 + Y^2 + aX + bY + c = 0 & X^2 + (-2X+1)^2 + aX + b(-2X+1) + c = 0 \\ Y = -2X + 1 \end{cases}$$

$$X^2 + 4X^2 + 1 - 4X + aX - 2bX + b + c = 0$$

$$5X^2 + X(-4 - 2b + a) + 1 + b + c = 0 \Rightarrow \Delta = 0$$

$$(-4 - 2b + a)^2 - 20(1 + b + c) = 0$$

$$\Delta = 0 \begin{cases} (-4 - 2b + a)^2 - 20(1 + b + c) = 0 \\ 25 + 1 + 5a + b + c = 0 \\ 4 + 25 + 2a + 5b + c = 0 \end{cases} \begin{cases} (-4 - 2b + a)^2 - 20(1 + b + c) = 0 \\ 2b + 5a + b + c = 0 \\ 2a + 2a + 5b + c = 0 \end{cases}$$

Trovare a, b, c e quindi scrivere eq. circonfer.