

DERIVATA DELLA FUNZIONE COMPOSTA

Sia $y = f(g(x))$ una funzione con $g(x)$ derivabile in x e $f(g(x))$ derivabile in $g(x)$ allora

$$D(f(g(x))) = f'(g(x))g'(x)$$

Dim

$$D(f(g(x))) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(g(x+h)) - f(g(x))}{h} = (*)$$

poniamo $z = g(x) \Rightarrow g(x+h) = g(x) + \Delta z = z + \Delta z$

quindi $\Delta z = g(x+h) - g(x)$

$$(*) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(z + \Delta z) - f(z)}{h} = \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ (\Delta z \rightarrow 0)}} \frac{f(z + \Delta z) - f(z)}{\Delta z} \frac{\Delta z}{h}$$

$$= \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ \Delta z \rightarrow 0}} \frac{f(z + \Delta z) - f(z)}{\Delta z} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} = f'(z) g'(x)$$

$$= f'(g(x)) g'(x)$$

ES

$$D(\cos(x^2+1)) = -\sin(x^2+1) \cdot 2x = -2x \sin(x^2+1)$$