SUCCESSIONI MONOTONE

Una successione a_n si dice:

- CRESCENTE se $\forall n \in \mathbb{N}$ $a_n < a_{n+1}$
- DECRESCENTE se $\forall n \in \mathbb{N}$ $a_n > a_{n+1}$
- CRESCENTE IN SENSO LATO $\forall n \in \mathbb{N}$ $a_n \leq a_{n+1}$
- DECRESCENTE IN SENSO LATO $\forall n \in \mathbb{N}$ $a_n \geq a_{n+1}$

PROGRESSIONI ARITMETICHE

Def: Una successione numerica è detta PROGRESSIONE ARITMETICA quando la differenza fra ogni termine e il suo precedente è costante e tale differenza si chiama RAGIONE.

OSS: $a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \ldots$

$a_1 - a_0 = d$

$a_2 - a_1 = d$

$\ldots$

$a_{n+1} - a_n = d$

ES: $\overset{a_0}{1}, \overset{a_1}{3}, \ldots$

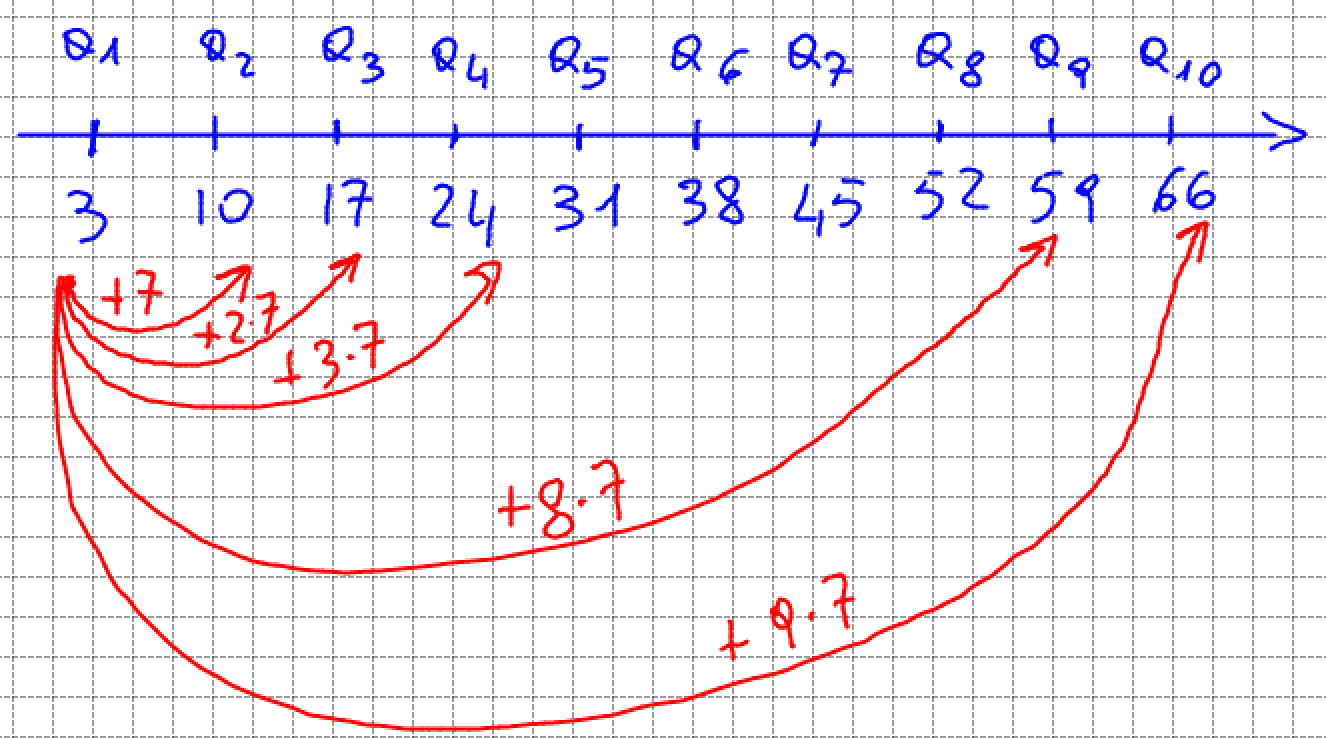
$d = 3 - 1 = 2$

$a_2 = 3 + 2 = 5 \qquad a_3 = 5 + 2 = 7 \qquad \ldots$

TEOREMA: In una progressione aritmetica il termine a_n è uguale alla somma del primo termine a_1 con il prodotto della ragione d per $(n-1)$:

$$\boxed{a_n = a_1 + d(n-1)} \qquad n > 0$$

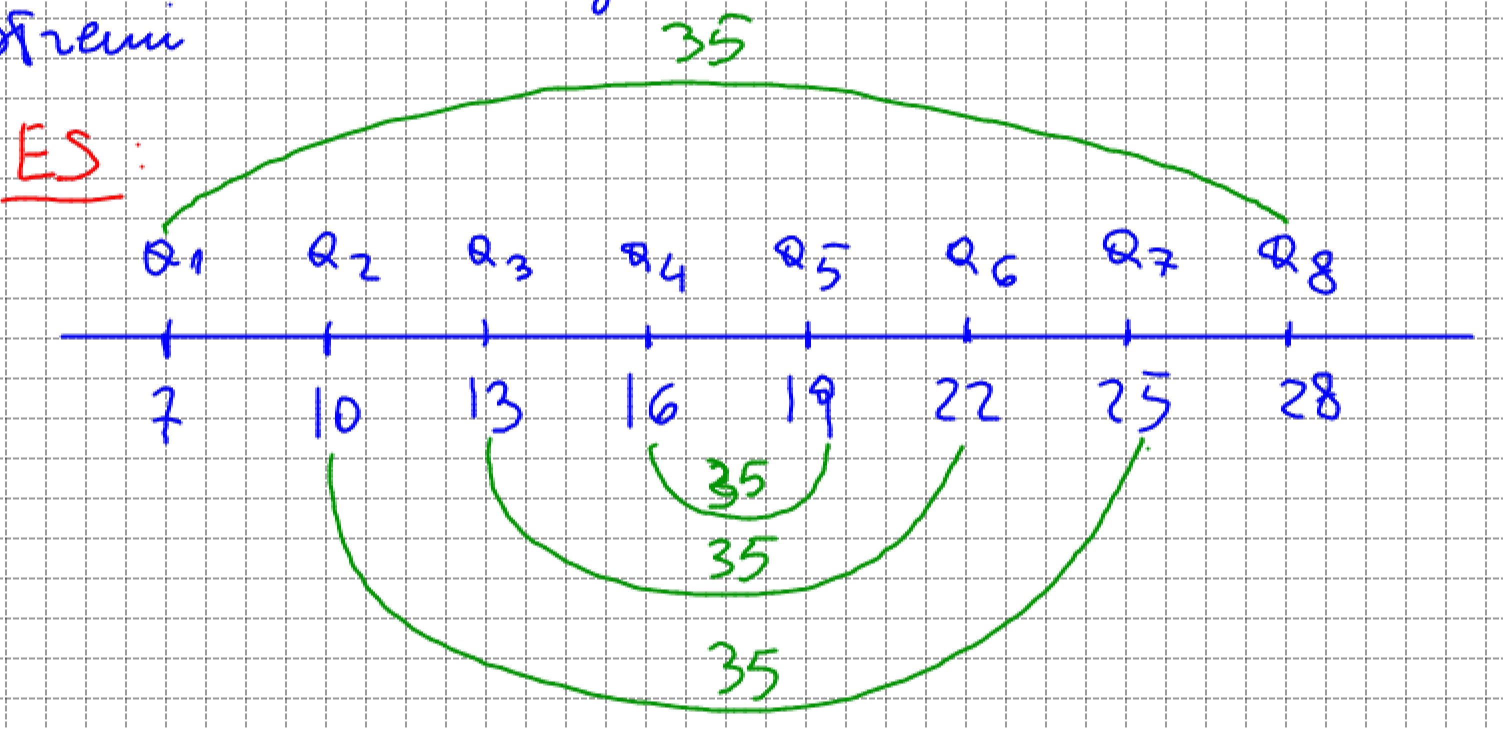
ESEMPIO



TEOREMA

Nei primi n termini di una progressione aritmetica, la somma di due termini equidistanti dagli estremi è costante ed è uguale alla somma dei termini estremi

ES:



Dim

Siano a_1 e a_n gli estremi della progressione aritmetica di ragione d, siano poi x e y due termini equidistanti da a_1 e a_n: allora

$$x = a_1 + cd \qquad y = a_n - cd$$

somma x e y:

$$x + y = a_1 + \cancel{cd} + a_n - \cancel{cd}$$

$$\boxed{x + y = a_1 + a_n}$$

TEOREMA

La somma S_n dei primi n termini di una progressione aritmetica è uguale al prodotto di n per la semisomma dei due termini estremi a_1 ed a_n.

$$\boxed{S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}\, n}$$

Dim

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$$

$$S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1$$

somma in colonna

$$2S_n = \underbrace{(a_1 + a_n)} + \underbrace{(a_2 + a_{n-1})} + \underbrace{(a_3 + a_{n-2})} + \dots + \underbrace{(a_{n-2} + a_3)} + \underbrace{(a_{n-1} + a_2)} + \underbrace{(a_n + a_1)}$$

quelli $\underbrace{\quad}$ sono tutti uguali ad $(a_1 + a_n) \Rightarrow$

$$2S_n = n(a_1 + a_n)$$

$$\boxed{S_n = n\,\frac{a_1 + a_n}{2}}$$