

LIMITI DI SUCCESSIONI

Def: Una successione è una funzione $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\forall m \in \mathbb{N} \quad m \mapsto f(m) \in \mathbb{R}$

ES: (Di successione)

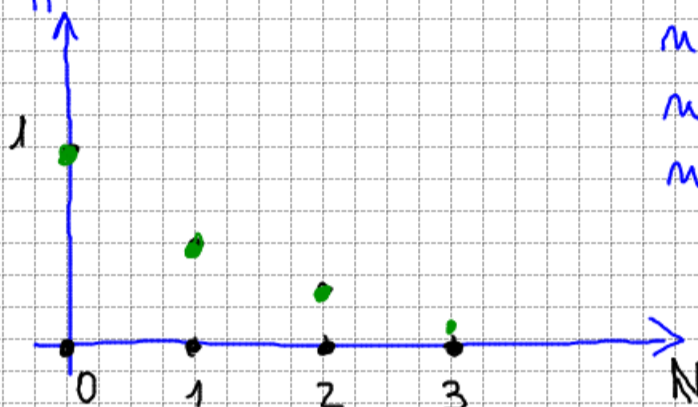
$$a_m = \frac{1}{2^m}$$

$$a_m: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ m \mapsto \frac{1}{2^m}$$

$$(m; \frac{1}{2^m})$$

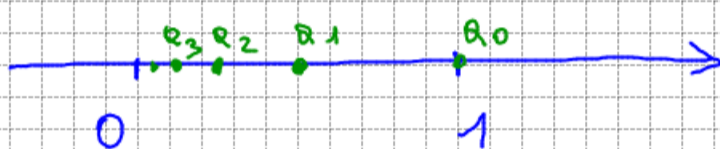
come lo rappresentiamo?

1)



$$\begin{array}{ll} m=0 & a_0 = 1 \\ m=1 & a_1 = \frac{1}{2} \\ m=2 & a_2 = \frac{1}{4} \\ m=3 & a_3 = \frac{1}{8} \end{array}$$

2)



Definizione di limite (Una successione ha 4 possibili casi)

① $\lim_{m \rightarrow +\infty} a_m = l \in \mathbb{R}$

$$a_m \rightarrow l \in \mathbb{R}$$

② $\lim_{m \rightarrow +\infty} a_m = +\infty$

$$a_m \rightarrow +\infty$$

③ $\lim_{m \rightarrow +\infty} a_m = -\infty$

$$a_m \rightarrow -\infty$$

④ $\lim_{m \rightarrow +\infty} a_m$ non esiste

a_m è indeterminata oppure a_m non ha limite

ESEMPIO

$$a_m = \frac{1}{2^m}$$

$$a_m \rightarrow 0^+$$

$$b_m = m^2$$

$$b_m \rightarrow +\infty$$

$$c_m = -m^3$$

$$c_m \rightarrow -\infty$$

$$d_m = (-1)^m$$

d_m non ha limite

Def. di limite:

① $a_m \rightarrow l \in \mathbb{R}$ se $\forall \varepsilon > 0$ si ha che $l - \varepsilon \leq a_m \leq l + \varepsilon$ definitivamente.

② $a_m \rightarrow +\infty$ se $\forall M \in \mathbb{R}$ si ha che $a_m \geq M$

③ $a_m \rightarrow -\infty$ se $\forall -M \in \mathbb{R}$ si ha che $a_m \leq -M$