LIMITE INFINITO-INFINITO

Def: Data $y=f(x)$ funzione,

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$$

se $\forall M>0\ \exists I_M(\infty)$ e corrispondentemente $\exists N>0$ cioè $I_N(\infty)\ /\ \forall x\in I_N(\infty)$ [cioè $|x|>N$] si ha $|f(x)|>M$

ovvero bisogna risolvere:

$$\begin{cases} |x|>N \\ |f(x)|>M \end{cases} \iff \begin{cases} x<-N \cup x>N \\ f(x)<-M \cup f(x)>M \end{cases}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$$

$\forall M>0\ \exists I_M(+\infty)$ e corrisp. $\exists N>0$ cioè $I_N(+\infty)\ /\ \forall x\in I_N(+\infty)$ [cioè $x>N$] si ha $f(x)>M$

ovvero:

$$\begin{cases} x>N \\ f(x)>M \end{cases}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$$

$\forall -M<0\ \exists I_{-M}(-\infty)$ e corrisp. $\exists N>0$ cioè $I_N(+\infty)\ /\ \forall x\in I_N(+\infty)$ [$x>N$] si ha $f(x)<-M$

ovvero

$$\begin{cases} x>N \\ f(x)<-M \end{cases}$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$$

$\forall -M<0\ \exists I_{-M}(-\infty)$ e corrisp. $\exists -N<0$ cioè $\exists I_{-N}(-\infty)\ /\ \forall x\in I_{-N}(-\infty)$ si ha $f(x)<-M$

ovvero

$$\begin{cases} x<-N \\ f(x)<-M \end{cases}$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$$

$\forall M>0\ \exists I_M(+\infty)$ e corrisp. $\exists -N<0$ cioè $I_{-N}(-\infty)\ /\ \forall x\in I_{-N}(-\infty)$ [cioè $x<-N$] si ha $f(x)>M$

ovvero

$$\begin{cases} x<-N \\ f(x)>M \end{cases}$$

ESEMPIO

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{x^2}{x-1} = -\infty \qquad \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2}{x\left(1-\frac{1}{x}\right)} = -\infty$$

Verifico.

$\forall -M<0 \exists I_{-M}(-\infty)$ e cioè $\exists -N<0$ cioè $\exists I_{-N}(-\infty)$ / $\forall x \in I_{-N}(-\infty)$ [cioè $x<-N$] si ha $f(x)<-M$. ovvero

$$\begin{cases} x<-N \\ f(x)<-M \end{cases} \qquad \begin{cases} x<-N \\ \frac{x^2}{x-1}<-M \end{cases} \qquad \begin{cases} x<-N \\ \frac{x^2+Mx-M}{x-1}<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x<-N \\ x<\frac{-M-\sqrt{M^2+4M}}{2} \cup 1<x<\frac{-M+\sqrt{M^2+4M}}{2} \end{cases}$$

$$x=\frac{-M\pm\sqrt{M^2+4M}}{2}$$