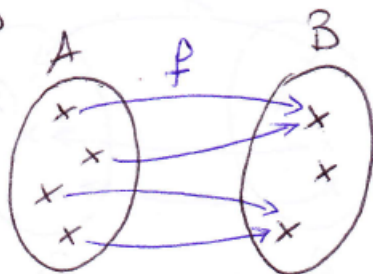
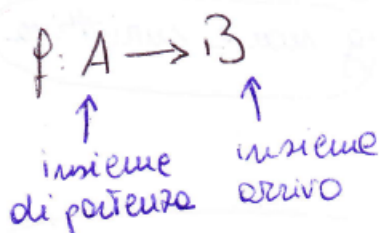


FUNZIONI

Cosa è una funzione?

Operativamente sono 3 cose:

- 1) un insieme di partenza  $A$
- 2) un insieme di arrivo  $B$
- 3) Una serie di regole che ad ogni  $a \in A$  associa un unico elemento  $b = f(a) \in B$

 Grafico di una funzione 

$$G_f = \{(a, b) \in A \times B : b = f(a)\}$$



oss. Il grafico di una funzione è un sottoinsieme del prodotto cartesiano  $A \times B$ .

FUNZIONI INIETTIVE E SURIETTIVE

- Una funzione  $f$  è INIETTIVA se manda elementi distinti di  $A$  in elementi distinti di  $B$ .

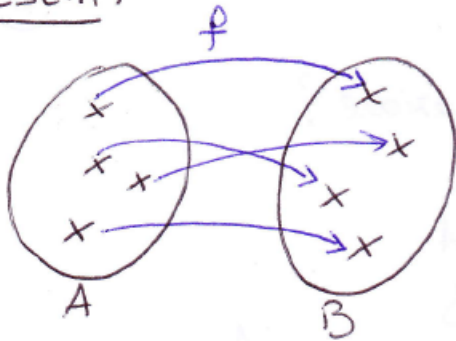
REGOLA:  $\forall a_1, a_2 \in A \text{ con } a_1 \neq a_2 \Rightarrow f(a_1) \neq f(a_2)$

oppure (che è lo stesso) se  $f(a_1) = f(a_2) \Rightarrow a_1 = a_2$

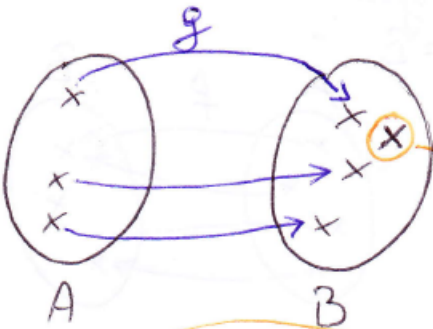
- Una funzione  $f$  è SURIETTIVA se ogni elemento di  $B$  proviene da almeno un elemento di  $A$ .

REGOLA:  $\forall b \in B \exists a \in A : b = f(a)$

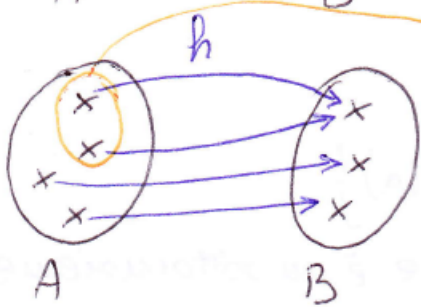
ESEMPI



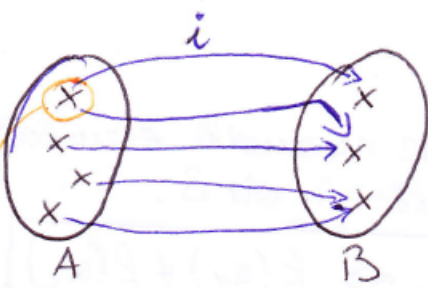
- $f$  è iniettiva (freccie che partono da punti diversi arrivano in punti diversi)
- $f$  è suriettiva (ogni punto in arrivo è raggiunto da almeno una freccia)



- $g$  è iniettiva (...)
- $g$  non è suriettiva



- $h$  non è iniettiva
- $h$  è suriettiva (...)



- $i$  non è una funzione

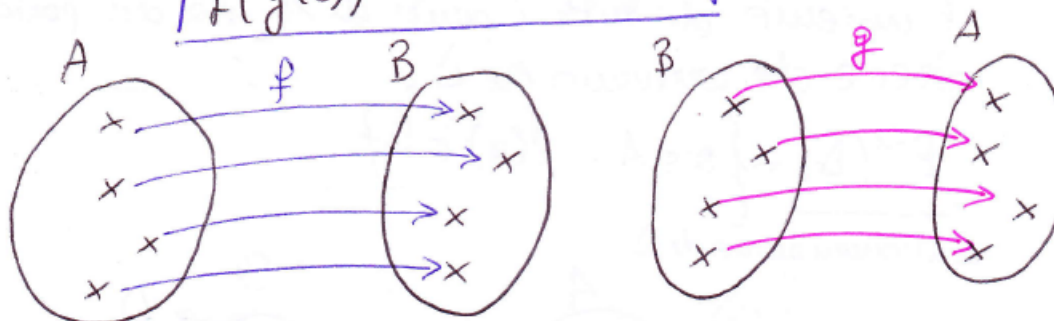
da un punto non possono partire più di una freccia.

Def.:  $f$  è BIETTIVA se è iniettiva e suriettiva (3)

Teorema: Una funzione  $f: A \rightarrow B$  è biettiva se e solo se è invertibile e cioè se e solo se  $\exists g: B \rightarrow A$

Tale che

$$\begin{aligned} g(f(a)) &= a \quad \forall a \in A \\ f(g(b)) &= b \quad \forall b \in B \end{aligned}$$



oss.  $f$  è iniettiva se e solo se in ogni  $b \in B$  arrivano 0 o 1 freccia.

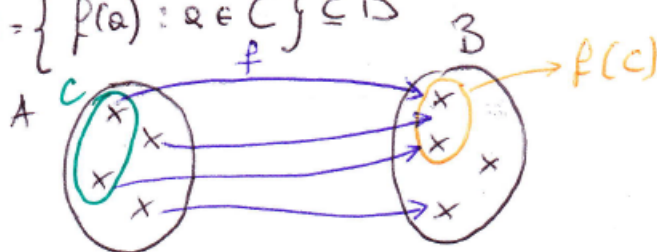
$f$  è suriettiva se e solo se in ogni  $b \in B$  arrivano 1 o più frecce.

$f$  è biettiva se e solo se in ogni  $b \in B$  arriva 1 e solo 1 freccia.

### IMMAGINE E CONTROIMMAGINE

Sia  $f: A \rightarrow B$  una funzione. Sia  $C \subseteq A$ . Si dice immagine di  $C$ , l'insieme dei punti di  $B$  raggiunti da frecce che provengono da elementi di  $C$ :

$$f(C) = \{ f(a) : a \in C \} \subseteq B$$



Def: Si dice immagine di  $A$  l'insieme

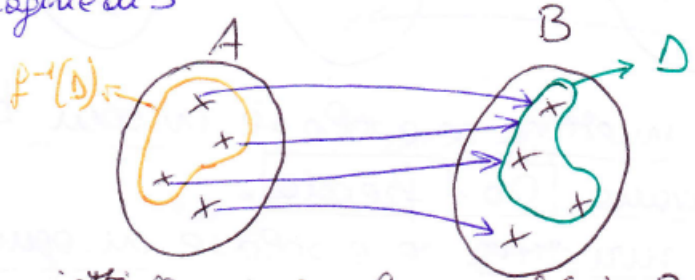
$$f(A) = \{ f(a) : a \in A \} = \text{Tutti gli elementi di } B \text{ che sono stati raggiunti da frecce.}$$

Def: Sia  $f: A \rightarrow B$  funzione.

Sia  $D \subseteq B$ . Si dice controimmagine di  $D$  l'insieme di tutti i punti di  $A$  da cui partono frecce che arrivano in  $D$ .

$$f^{-1}(D) = \{ a \in A : f(a) \in D \}$$

controimmagine di  $D$



oss:  $f$  è suriettiva se e solo se  $f(A) = B$   
cioè ogni punto di  $B$  è raggiunto da frecce provenienti da  $A$ .

oss: Per definire  $f^{-1}(D)$  non serve che  $f$  sia invertibile