I NUMERI REALI

$\mathbb{N}$

$\frac{a}{b} \in \mathbb{N}$ $a - b \in \mathbb{N}$ 0, 1, 2, ...

$a > b$

a è multiplo di b

$b \neq 0$

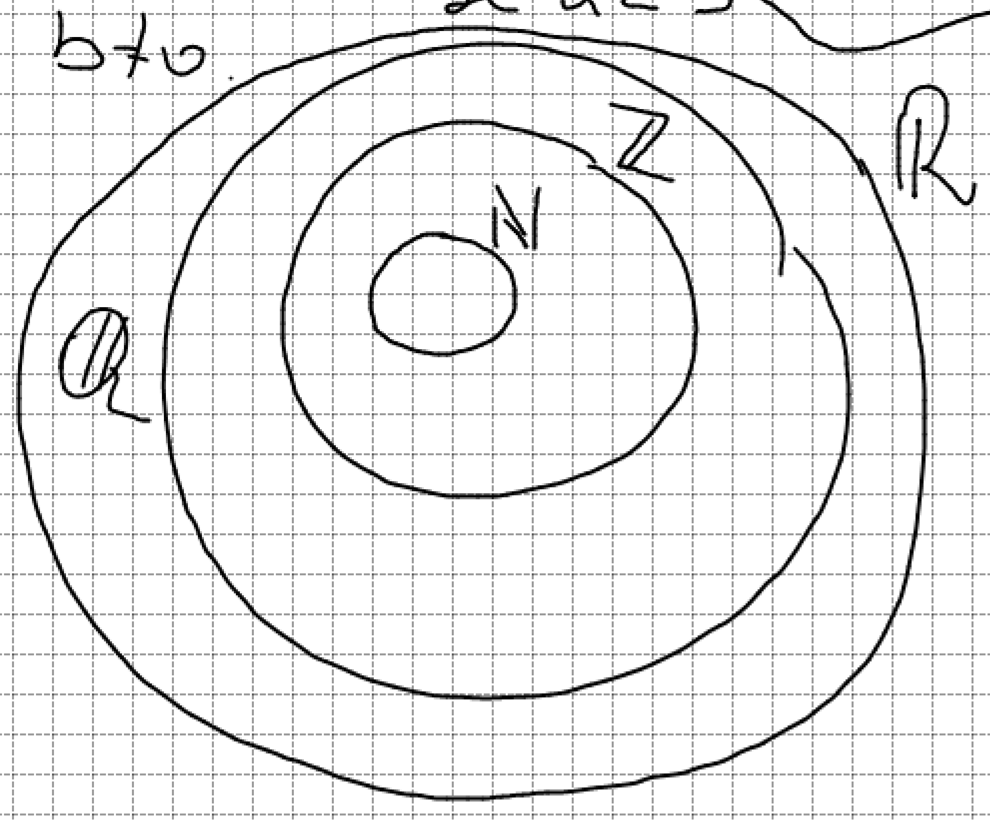
se $a < b$ → $\mathbb{Z}$

-1, -2, -3, ...

$\mathbb{Q}$

$\frac{p}{q}$

$\mathbb{R}$



0 1 2 3 4 5 ...... $\mathbb{N}$

......-4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 ...... $\mathbb{Z}$

0 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ 1 $\mathbb{Q}$

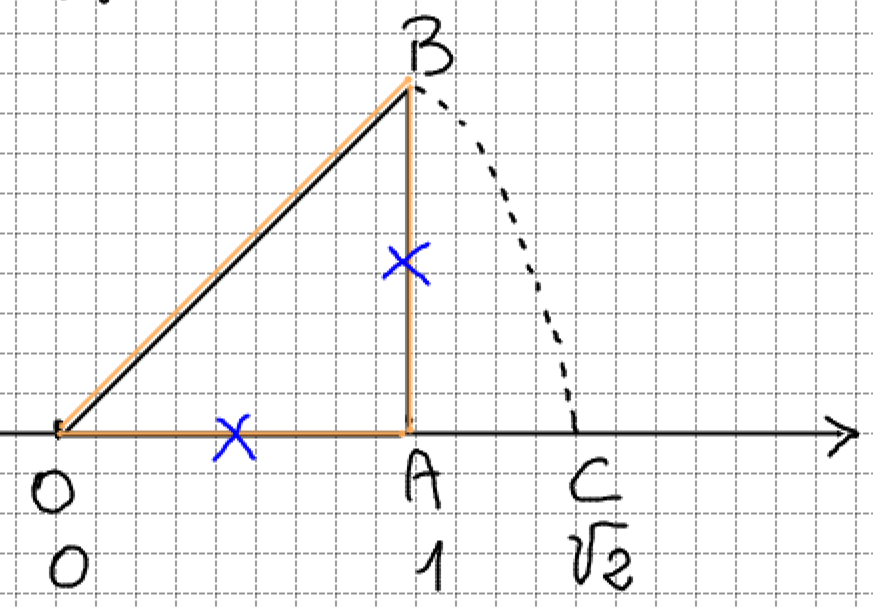
Problema (che risponde alla seguente domanda: dopo aver collocato sulla retta r tutti i numeri razionali, abbiamo esaurito tutti i punti di r?)

Consideriamo un triangolo rettangolo isoscele di cateto lungo 1 poggiato sulla retta r

$\overline{OA} = 1$

$\overline{AB} = 1$

r



$\overline{OB} = \sqrt{\overline{OA}^2 + \overline{AB}^2}$

$\overline{OB} = \sqrt{2}$ $\overline{OC} = \sqrt{2}$

$\sqrt{2}$ è un numero razionale?

Dimostriamo per assurdo che $\sqrt{2}$ non è razionale.

Se $\sqrt{2}$ fosse razionale, lo si potrebbe scrivere

$\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ con p e q ridotti ai minimi termini.

Siccome p e q sono ridotti ai minimi termini allora non possono essere entrambi <u>pari</u>.

Essi allora possono essere:

$\frac{p}{q}$

- •) p dispari, q dispari
- •) p dispari, q pari
- •) p pari, q dispari

$$\boxed{\sqrt{2} = \frac{p}{q}} \Rightarrow 2 = \frac{p^2}{q^2} \Rightarrow p^2 = 2q^2 \Rightarrow p^2 \text{ è pari}$$

quindi p è pari, allora delle tre possibilità sopra elencate, le prime due sono da scartare.

Verifichiamo la terza:

Esplicitiamo il numero pari p nella forma $p = 2n$, allora dalla relazione $p^2 = 2q^2$ si ha

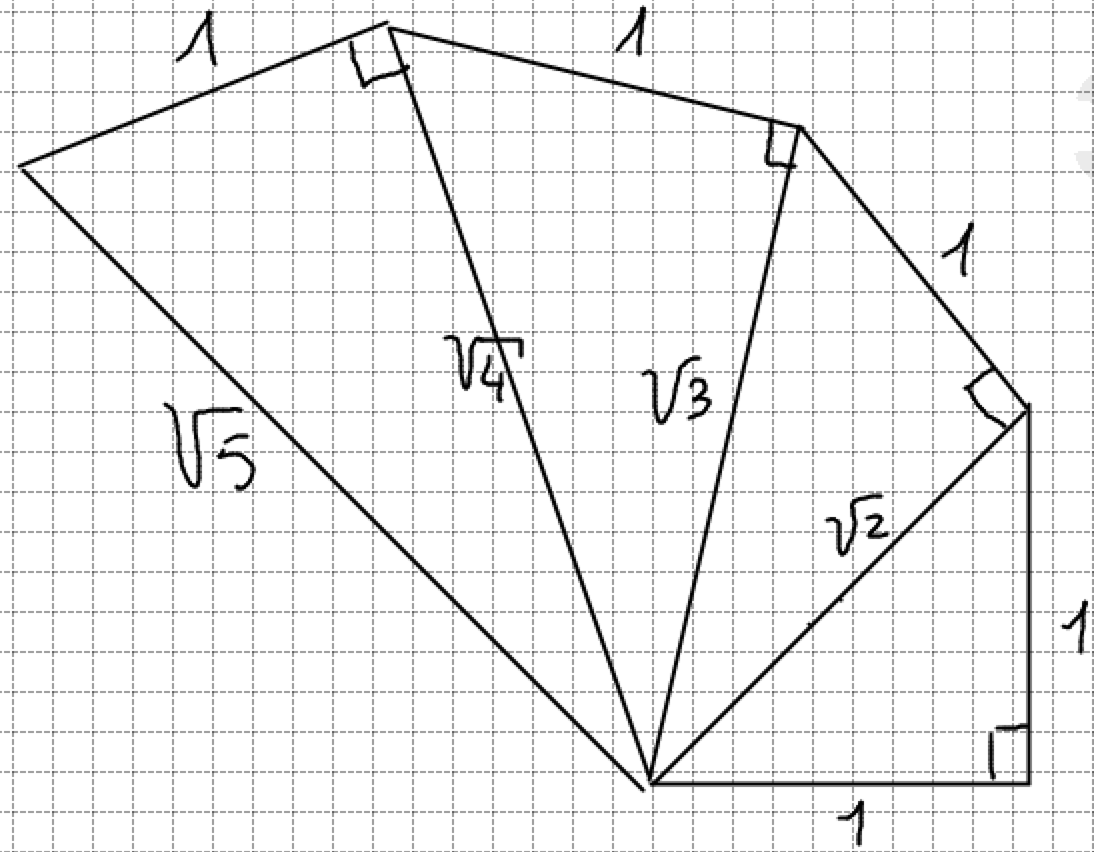
$$(2n)^2 = 2q^2 \Rightarrow q^2 = 2n^2 \Rightarrow q^2 \text{ è pari quindi}$$

$$\cancel{4}^{2} n^2 = \cancel{2} q^2$$

anche q è pari.

Anche la terza ipotesi è da scartare

$\sqrt{2}$ è $\boxed{\text{IRRAZIONALE}}$


1
1
1
1
1
$\sqrt{2}$
$\sqrt{3}$
$\sqrt{4}$
$\sqrt{5}$